本校における数学科指導内容

上田外志夫、米谷数子、能崎克己

昭和48年度から高等学校数学科の指導内容が改訂されるが，このため，本校数学科では別記のような実施案を作成した。

実施案の作成にあたり，留意した事項はつぎの通りである。

1　本校の教育課程に従い，第1学年は数学Ⅰ，6単位，第2学年は数学ⅡB，6単位，第3学年は数学Ⅲ，文科系5単位，理科系6単位　で編成した。なお，年間時数を1単位あたり30時間として作成しているが，残りの時間は演習などにあてる予定である。また，この案は，指導の順序まで規定するものではない。

2　原則として「学習指導要領」で定められた指導内容に従っているが，本校では理数科が設置されていないため，主として理科系大学学部進学者に対して，総合数学の指導内容も含ませるようにした。

3　従来本校において行なってきた実験研究の結果をとり入れた。

4　全般を通じて，集合，論理をつねに考察するため，数学Ⅰの最初において，基本的な集合の考え，論理の進め方などをとりあげた。これは，また，高校入学当初において，単なる中学校の復習もしくは延長のような感じではなく，新鮮味を与えることによって，学習意欲を向上させるためにも役立つと思われる。

5　数学Ⅰの関数の項で指数対数関数を指導することとし，そのため，指数の拡張を数式の計算の項で扱った。また，これは，数の構造の理解にも有用であると思われる。

6　かんたんな関数（x^2，$\dfrac{1}{x}$，$\sqrt{x}$ の程度）について，その性質をしらべるため，数学Ⅰにおいて変化率の考えを導入し，導関数を用いて関数の増減，接線などにふれることにした。ただし，極限については，数学Ⅰでは直観的に扱い，数学Ⅲにおいてまとめることにした。

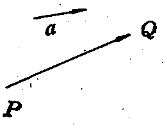
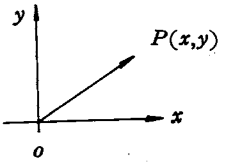
7　方程式の同値関係を把握するためには連立二次方程式が適切と考え，数学Ⅰにおいて，これをとりあげた。

8　数学Ⅰのベクトル，平面図形と式，数学ⅡBの平面幾何の公理的構成，空間座標とベクトルの各項を通じて，特に，幾何学の論証体系を重視した。このため，これらの項には，特に数学ⅡBにおいて，比較的多くの時間数を配当した。

9　電子計算機の発達に伴ない，アルゴリズムの考えを必要に応じてとりあげるとともに，かんたんな卓上電子式計算機の使用について，与えられた設備のもとでは十分ではなく，また，配当時間数もごく僅かではあるが，あえて，数学Ⅰにおいてとりあげることにした。

数　学　I　（6単位、180時間）第1学年

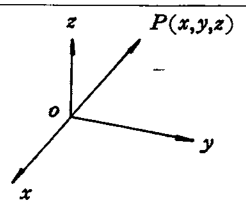
項目	指導内容	備考	時間配当
1 集合と論理	(1) 集合　集合の記法，ベン図	{a,b,c,……}　{x|A(x)}	
	部分集合，全体集合，空集合		
	集合の相等		
	集合算	和集合，積集合，補集合，差集合	
		結合法則，交換法則，分配法則，ド・モルガンの法則	
	(2) 対応　順序対，直積	順序対の相等	
	逆対応　対応の合成	始集合，終集合，定義域，値域	
	対応の分類	種々の関係のグラフ上の性質	
		順序の公理，全順序，半順序，ハツセ図	
	二項関係（主として同値関係大小関係）とその表わし方，同形	多対多　1対多　多対1　1対1	
	(3) 命題　文字と記号	集合の考え方を利用した指導をする。	
	条件と命題	仮定　結論	
	命題の合成	$\vee \wedge \Rightarrow \neg$　($\forall$, $\exists$)	
	命題の真偽	真理表　トートロジー	
	逆，裏，対偶	必要条件，十分条件	
	推論図	直接証明法，間接証明法，(同一法，転換法等)	25
2 数・式とその計算	(1) 演算　演算と逆演算	演算は二項関係と見ることも出来ること。	
	単位元，逆元	演算について閉じる，閉じていない	
	演算法則	結合，交換，分配の各法則，（　）の規約	
	(2) 整数と整式		
	数の拡張	自然数から実数迄の拡張の必要性を主として演算によって理解する。	
	整式に関する用語	係数，次数，定数項等	
	演算についての性質	閉じているかどうか，演算法則が成立するか，環のいくつかの結果が整数でも整式でも成立することを見る	
	因数分解	素因数，単元（単数）	
	約数，倍数		
	(3) 有理数と有理式	拡張を順序対の考え方を用いて行ってもよい。	
	有理式の計算	高校の他の領域で必要な程度とする。	
		有理係数の整式を有理数に x という元を添加した体であるという見方も出来ること，この x に $\sqrt{2}$ を代入して　$a+b\sqrt{2}$ の形にかけること等を考えてもよい。	
		3を法とする剰余系，6を法とする剰余系を考え $AB=0 \Longleftrightarrow A=0 \vee B=0$ となる場合，そうでない場合を考えてもよい。	
	(4) 実数と無理式		
	$\sqrt{\ }$ の定義とその性質	有理化，二重根号，絶対値	
	$\sqrt[n]{\ }$ の定義とその性質	累乗根	
	簡単な無理式の計算		
	$\sqrt{2}$ 等が有理数でないこと	無理数が有理数列の極限として表わされることを直観的に話をしてもよい。又は完備化を直観	

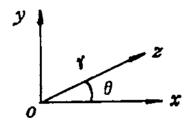
	(5) 指数の拡張 指数法則 指数の整数への拡張 指数の有理数への拡張 無理数の指数の意味	的に数直線の穴うめとして見てもよい。 数の拡張の筋の復習にもなり得る。 指数法則が成立することを仮定して拡張，定義の妥当性 軽く，直観的に話をする程度	25
3 方程式と不等式	(1) 一次方程式　開いた文(命題関数) 連立ということ (2) 一元二次方程式　複素数 根の公式，判別式，根と係数の関係 (3) 恒等式　因数定理，剰余の定理 (4) 整方程式　簡単な分数方程式 (5) 方程式の同値 連立二次方程式 (6) 大小の公理 (7) 二次不等式 (8) 絶対不等式	等式の性質　文字の取り得る範囲の明示 文字係数の意味，方程式に関する用語 複素数の四則と演算法則 順序対による指導をしてもよい 恒等式であるための条件 因数定理により因数分解可能な3次又は4次方程式 連立二次方程式を材料にして，同値関係を考え，既習の方程式を検討する。 実数の大小の検討	20
4 ベクトル	(1) ベクトルの意味と相等 向きと大きさ (2) ベクトルの加法・減法 実数との乗法 (3) ベクトルの有向直線上への射影 (4) ベクトルの成分表示	平面上の有向線分 $\overrightarrow{PQ}$ $\vec{a}$ $\lvert\vec{a}\rvert$  $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ $k\vec{a}$　$(k+l)\vec{a}=k\vec{a}+l\vec{a}$ $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-1)\vec{b}$ $\vec{a}=a_1\vec{e_1}+a_2\vec{e_2}=(a_1,\ a_2)$	10
5 平面図形と式	(1) 平面上の座標 二点間の距離，線分の分点 (2) 直線と一次方程式 平行関係，垂直関係 (3) 円の方程式 (4) 簡単な二次方程式の表わす曲線 だ円，直角双曲線 (5) 不等式と領域 直線と円	 $\overrightarrow{oP}=x\vec{e_1}+y\vec{e_2}$ $y=mx+b$　$\{(x,y)\mid ax+by+c=o\}$ $x^2+y^2=r^2$ $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，$xy=k$ $\begin{cases}x^2+y^2\leqq r^2\\ax+by+c\geqq o\end{cases}$	20
	(1) 関数　関数の定義 関数の分類 関数の表わし方 (2) 関数の性質	 全射，単射，双射，定義域や値域がどんな集合であるかによって分類 順序対の列記，ベン図形式，グラフ，式・記号とこで扱う関数は $y=x^2$，$y=\frac{1}{x}$，$y=\sqrt{x}$，$y=2^x$	

6 関 数		の程度	
	関数の決定	像，原像，値域，特殊な点を求める。	
	増　減	最大最小	
	凹　凸		
	対称性	直観的に $f(x)=f(-x)$　$f(-x)=-f(x)$ を導く程度	
	変化率　平均変化率	$y=x^2$　$y=\frac{1}{x}$　$y=\sqrt{x}$ の導関数のみを扱う	
	導関数　接線	直観的に扱う	
	漸近線		
	(3)　合成関数		
	合成関数の定義	関数の縮小と延長，式・グラフによる表わし方	
	平行移動	関数の集合 $P=\{Pa;A\to B\mid Pa(x)=x+a, a\in R, A, \subseteq BR\}$ の元と f との合成 式・グラフの検討，性質の移動	
	拡大　縮小	関数の集合 $E=\{Ea:A\to B\mid Ea\ (x)\ =ax\ \ a\in R, A, B\subseteq R\}$ の元と f との合成 式，グラフの検討，性質の移動	
	対称移動	E_{-1} と f との合成 $x=a$，$y=b$，(a, b) 等に関して対称・移動したものを P，E の元と f との合成で表わす	
	$y=x^2$，$y=\frac{1}{x}$，$y=\sqrt{x}$，$y=2^x$ と E の元や P の元との合成によって得られる関数の一般形	二次関数，分数関数の性質のまとめ	
	(4)　逆関数　逆関数の定義と求め方	逆関数を持つ為の条件，関数の分割	
	対称移動	逆関数の式によるグラフによる表わし方	
	対数の性質	性質の移動	
	対数関数の性質	指数関数，対数関数の性質	
	合成関数と逆関数	恒等関数　結合法則が成立すること 交換法則が成立しないこと $(fg)^{-1}=g^{-1}f^{-1}$　$f\cdot p=g$　$q\cdot f=g$　なる p, q を求めること。	35
7 三 角 関 数	(1)　三角比	導入として用いる程度とする	
	(2)　一般角，孤度法		
	(3)　三角関数の定義		
	三角関数相互の関係	$\sin^2 x+\cos^2 x=1$　$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$ など	
	(4)　三角関数の周期性		
	グラフ	$\sin 2x$，$\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ なども含む	
	負角，余角，補角の三角関数など		
	(5)　三角形の辺と角の関係		
	正弦定理，余弦定理		
	三角形の解法	正弦定理，余弦定理を用いて直接に解ける程度を扱う。面積については基本的なものだけをとりあげる。	
	(6)　三角方程式，三角不等式	具体的な数値について $\sin x=a$，$\sin x>a$，$\sin x<a$（cos，tan についても同様）の程度を扱う。一般的な公式には必らずしもふれない。	20

8 確 率	(1) 集合と個数 順列　組合せ (2) 確率の定義 基本法則 排反事象 (3) 条件つき確率 従属事象，独立事象	$n!$　${}_nP_r$　${}_nC_r$ 偶然事象 S を単一事象（根元事象）e_i に分解 e_i に対し実数 $P_i\,(\geqq o)$ が対応 $\sum_{i=1}^{n} P_i=1$　$P(A)=\sum_{e_i \in A} P(e_i)$ $0 \leqq P(A) \leqq 1$，$P(S)=1$，$P(0)=0$ 乗法定理　直　積	15
9 計算機とプログラミング	(1) 流れ図 (2) プログラミング	具体的な計算例について，計算の過程を分析し，流れ図に表わす 流れ図によってプログラムを作成し，実際に計算機を用いて演算を行なう。 機構については必要な程度に軽くふれ，特に指導内容とはしていない。	10

数　学　Ⅱ B（6単位　180時間）第2学年

項目	指　導　内　容	備　考	時間配当
1 平面幾何の公理的構成	(1) 公理・定義および定理の意味 無定義用語 (2) 平面幾何の構成 三角形の辺と角の大小関係 円積定理，三角の五心 (3) 非ユークリッド幾何の紹介	公理のとり方 ヒルベルトの公理に基づき指導面での考慮を払ったものをとる。 演繹的推論　論証体系 平行線公理　双曲線的非ユークリッド幾何学 だ円的非ユークリッド幾何学	40
2 空間座標とベクトル	(1) 空間座標 点の座標，二点間のきょり 線分の分点 (2) 空間におけるベクトル (3) 空間のベクトルの加法・減法 実数との乗法 (4) ベクトルの内積 (5) 直線，平面および球の方程式 2直線，2平面，直線と平面の垂直関係 (6) n 次元のベクトル 一次独立，一次従属 (7) ベクトル空間	 $\overrightarrow{oP}=x\,\overrightarrow{e_1}+y\,\overrightarrow{e_2}+z\,\overrightarrow{e_3}$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\cos\theta$ $=x_1y_1+x_2y_2+x_3y_3$ 直線　$ax+by+c=0$ とベクトル $\vec{a}=(a,b)$ 平面　$ax+by+c+d=0$ と $\vec{a}=(a,b,c)$ との関係 $\vec{a}=(x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n)$ $k_1\vec{a_1}+k_2\vec{a_2}+\cdots\cdots+k_n\vec{a_n}=\vec{0}$ $k_1,k_2,\cdots\cdots,k_n$：実数 定義・ベクトル空間の例	30

3 行 列	(1) 行列の意味 (2) 行列の演算 加法，減法，実数との乗法 乗法 零行列，単位行列 (3) 演算の法則 (4) 逆行列 連立一次方程式 (5) 一次変換 三角関数の加法定理 (6) 群，環，体 (7) 同　形	行列式は特にとりあげない。 これらを通じて代数的構造についてふれる	30
4 二項定理、有限数列	(1) 二項定理 パスカルの三角形 (2) かんたんな数列 等差数列 等比数列 Σの用法 その他のかんたんな数列 (3) 数学的帰納法 (4) 帰納的定義 漸化式	多項定理のかんたんな場合も扱う 二項係数の性質については ${}_nC_0 + {}_nC_1 + \cdots\cdots + {}_nC_n = 2^n$ ${}_nC_0 - {}_nC_1 + \cdots\cdots + (-1)^n {}_nC_n = 0$ の程度とする。 $\Sigma k,\ \Sigma k^2,\ \Sigma k^3,\ \Sigma \frac{1}{k(k+1)}$ などを扱い他に階差数列のかんたんなものも扱う 自然数の性質 アルゴリズム 定義によって数列をつくる プログラムを作成して，計算機で行なう。	20
5 複素数と複素平面	(1) 複素数体の構成 (2) 複素数の絶対値と偏角 極形式　共役複素数 (3) 複素平面（ガウス平面） 実軸，虚軸 加・減・乗・除法の複素平面上における表示 ド・モアブルの定理と二項方程式	複素数と実数を拡張したものとしてとらえ，代数的な取扱になれることを一つの目的とする。 $z = r\,(\cos\theta + i\sin\theta)$  $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$ $z^n = 1 \qquad z^n = \alpha$	25
6 微分法、積分法	(1) 導関数とその計算 関数の和，差，積，商の導関数 (2) 導関数の応用 接線，関数値の増減，速度など (3) 積分の意味 不定積分，定積分 (4) 積分の応用 面積，体積，道のり	極限の線形性 とり扱われる関数は，商の導関数の計算を除いて，他はすべて整関数とする。 極値を含む。 速度，道のりについては直線上の運動に限る。	35

数　学　III　（文科系　5単位　150時間 / 理科系　6単位　180時間）　第3学年

項目	指　導　内　容	備　考	時間配当 文科系	時間配当 理科系
1 数列の極限	(1) 数列の極限 収束，発散 (2) 無限等比級数 (3) 無限級数の和	$\lim_{n\to\infty} a_n$ ，$\lim_{n\to\infty} r^n$ $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$ $S=\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ Bコースでは極限の定義を厳密にする	20	25
2 微分法とその応用	(1) 関数の極限 極限の意味 (2) 関数の連続 中間値の定理 (3) 合成関数，逆関数の微分法 (4) 三角関数の導関数 (5) e，自然対数 (6) 指数関数，対数関数の導関数 (7) 第2次導関数 (8) 平均値の定理 ロルの定理，平均値の定理 (9) 導関数の応用 接線，関数値の増減 曲線の凹凸，変曲点 速度，加速度，近似式	Bコースでは $\varepsilon-\delta$ 式論法にふれる Bコースでは逆三角関数（主値に限る）についてふれる Bコースではさらに高次の導関数についてふれる	60	70
3 積分法とその応用	(1) 区分求積と定積分 (2) 不定積分 (3) 積分の基本公式 積分の加法性 (4) 定積分と不定積分 (5) 置換積分法 (6) 部分積分法 (7) その他の積分法 (8) 積分法の応用 面積，体積，道のり (9) 微分方程式 意　味 1階微分方程式 変数分離形，同次形	積分の平均値の定理 部分分数に直して積分するなど Bコースでは曲線の孤の長さについてもふれる Bコースでは，2階線形微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2}+a\frac{dy}{dx}+by=0$ の程度まで	45	55
4 確率と	(1) 確率分布 母集団と標本 確率分布 二項分布と正規分布	乱数表 $\sum_{x=a}^{b} {}_nC_x\, p^x q^{n-x}$		

統計	(2) 統計的な推測 統計的仮説の検定 有意水準（危険率）	$\fallingdotseq \sqrt{\frac{1}{2\pi}}\int_{\alpha}^{\beta} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$ 正規分布表の見方 実際の例による検定	25	30